DiMawe
Die Materialwerkstatt
Zeitschrift für Konzepte und Arbeitsmaterialien für Lehrer*innenbildung und Unterricht

Zum Nacherfinden. Konzepte und Materialien für Unterricht und Lehre
Online-Supplement

Schüler*innen lernen selbstständig das Modellieren mit Exponentialfunktionen

Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht durch digitale gestufte Lernhilfen

Online-Supplement 4: Gestufte Lernhilfen im Papierformat

Philipp Hamers[1], Holger Bekel-Kastrup[1], Svea Isabel Kleinert[2], Darius Haunhorst[2] & Matthias Wilde[2,*]

[1] *Oberstufen-Kolleg an der Universität Bielefeld*
[2] *Universität Bielefeld*
[*] *Kontakt: Universität Bielefeld,*
Fakultät für Biologie, Biologiedidaktik (Zoologie/Humanbiologie),
Universitätsstr. 25, 33615 Bielefeld
matthias.wilde@uni-bielefeld.de

Zitationshinweis:
Hamers, P., Bekel-Kastrup, H., Kleinert, S.I., Haunhorst, D. & Wilde, M. (2022). Schüler*innen lernen selbstständig das Modellieren mit Exponentialfunktionen. Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht durch digitale gestufte Lernhilfen [Online-Supplement 4: Gestufte Lernhilfen im Papierformat]. *DiMawe – Die Materialwerkstatt, 4* (1), 73–78. https://doi.org/10.11576/dimawe-5474

Online verfügbar: 09.06.2022

ISSN: 2629–5598

Hinweiskarten:

Aus gegebenen Daten eine exponentielle Prognose erstellen

Aufgabe:

Erstellt exponentielle Modelle, mit denen man die Zahl der gesamt Infizierten in Abhängigkeit von den Tagen nach dem 05.03.2020 bestimmen kann, und prognostiziert mit ihnen die Zahl der gesamt Infizierten für den 25.03.2021. Das Modell soll anhand der Daten vom 05.03.2020 und vom 06.03.2020 erstellt werden.

Berechnet mit dem Modell, wie viele Personen am 25.03.2020 infiziert wären.

Hinweis 1.1

Notiert die allgemeine exponentielle Funktionsgleichung.

Überlegt, wofür x und f(x) stehen.

Gesucht ist eine exponentielle Funktionsgleichung der Form:

$$f(x) = c \cdot a^x$$

x steht für die Tage seit dem 05.03.2020 und f(x) für die zugehörigen Infektionszahlen.

Die Parameter c und a müssen bestimmt werden.

Hinweis 1.2

Erinnert euch, wofür die Parameter c und a in der exponentiellen Funktionsgleichung stehen.

c **ist der Anfangsbestand.**

a **ist der Wachstumsfaktor.**

Versucht nun, diese nacheinander zu bestimmen.

Beginnt mit c.

Hinweis 2

Sucht aus der gegebenen Tabelle die geforderten Daten und überlegt, was diese bezogen auf x und f(x) aussagen.

Die geforderten Daten sind:

Am 05.03.2020 ist Tag 0 → 400 Infizierte. Dies entspricht dem Punkt (0|400).

Am 06.03.2020 ist Tag 1 → 639 Infizierte. Dies entspricht dem Punkt (1|639).

Überlegt euch, wie ihr diese Informationen nutzen könnt.

Hinweis 3

Überlegt euch, wie ihr aus den Daten vom 05.03.2020 den Anfangsbestand bestimmen könnt.

Da der 05.03.2020 dem Tag 0 der Funktionsgleichung entspricht, ist der Anfangsbestand 400 Infizierte, also $c = 400$.

Versucht nun, den zweiten gesuchten Parameter zu bestimmen.

Hinweis 4

Bisher geklärt: $C = 400$ und P_2 $(1|639)$.

Bestimmt mit diesen Daten nun den Wachstumsfaktor.

Wenn man die Daten in die Funktionsgleichung $f(x) = c \cdot a^x$ einsetzt, erhält man:

$$639 = 400 \cdot a^1 \mid :400$$

$$a = \frac{639}{400} = 1{,}5975$$

Hinweis 5

Setzt $c = 400$ und $a = 1,5975$ in die allgemeine Funktionsgleichung ein.

Prüft eure Funktionsgleichung, indem ihr die Koordinaten der gefundenen Datenpunkte erneut in die Funktionsgleichung eintragt.

$$\boldsymbol{f(x) = 400 \cdot 1,5975^{x}}$$

Probe:

$\boldsymbol{f(0) = 400 \cdot 1,5975^{0} = 400}$ **passt.**

$\boldsymbol{f(1) = 400 \cdot 1,5975^{1} = 639}$ **passt.**

Hinweis 6

Für den Prognosewert überlegt euch, welchen Tag ihr in die Funktionsgleichung einsetzen müsst.

Da der 25.03.2020 dem 20. Tag nach dem 04.03.2020 entspricht, muss man für x 20 einsetzen:

$$\boldsymbol{f(20) = 400 \cdot 1{,}5975^{20} \approx 4.686.809{,}79}$$

Das Modell sagt ca. 4.686.810 Infizierte am 04.03.2020 voraus.